
Blatt 10

Aufgabe 1 (2 + 1 + 2 Punkte)

- a):** Wir möchten mit Hilfe einer Simulation untersuchen, wie robust der t -Test gegen die Verletzung der Normalverteilungsannahme ist. Erzeugen Sie zwei Datensätze \mathbf{x} und \mathbf{y} aus je m Zufallszahlen mit `rgamma(m, shape=2)`. Testen Sie mittels eines ungepaarten t -Tests für gleiche Varianz zum Signifikanzniveau 5%, ob die Mittelwerte von \mathbf{x} und \mathbf{y} verschieden sind. Wiederholen Sie dieses Experiment Sie für $m = 5, 15, 90$ jeweils 8.000 mal. Zählen Sie, wie oft der t -Test die Nullhypothese zu unrecht verwirft.
- b):** Wiederholen Sie dann die Simulation, wobei Sie die Datensätze diesmal aber mit `rnorm(m) + 5*rbinom(m, size=1, prob=0.5)` erzeugen.
- c):** Nun möchten wir untersuchen, wie robust der t -Test gegen die Verletzung der Unabhängigkeitsannahme ist. Simulieren Sie dazu einen Datensatz mit

`sample(rnorm(10), 20, replace=T)`

und testen Sie die Nullhypothese $\mu = 0$ mittels eines t -Tests zum Signifikanzniveau 5%. Wiederholen Sie das Experiment 10.000 mal. Wie oft wird die Nullhypothese abgelehnt?

Hinweis: Es steht Ihnen frei, selbst eine Funktion zur Berechnung des t -Tests zu schreiben oder die vorgefertigte Version zu benutzen. Zur Selbstkontrolle: Der t -Test sollte sich robust in **a)** und **b)** zeigen, nicht aber in **c)**.

Aufgabe 2 (2 + 2 Punkte)

Sei $x = x_1, x_2, \dots, x_n$ eine Stichprobe aus der Verteilung einer Zufallsvariable X . In dieser Aufgabe studieren wir das Konfidenzintervall für den Erwartungswert $\mu := \mathbb{E}[X]$ für den Fall, dass die Varianz $\sigma^2 := \text{Var}[X]$ unbekannt ist, welches auch Student- t -Konfidenzintervall genannt wird.

- a):** Schreiben Sie die Funktion `t.conf.interva(x,alpha)`, welche basierend auf der Stichprobe \mathbf{x} die obere und untere Schranke des Student- t Konfidenzintervalls zum Niveau $\alpha > 0$ berechnet.
- b):** Simulieren Sie 10^4 mal eine Stichprobe von $X \sim \text{Exp}_r$ der Größe m , berechnen Sie dann für jede Stichprobe zuerst das Student- t -Konfidenzintervall zum Niveau $\alpha = 0.05$ und prüfen Sie, ob sich der Erwartungswert $\mathbb{E}[X] = \frac{1}{r}$ im berechneten Intervall befindet. Tuen Sie dies jeweils für $m = 5, 15, 90$ und $r = 5$.

Aufgabe 3 (2 Punkte)

Sie interessieren sich dafür, ob ihr WLAN-Empfang im Keller wesentlich schlechter ist als in ihrem Wohnzimmer. Daher haben Sie jeweils zehn Mal die mittlere Download-Geschwindigkeit im Wohnzimmer und im Keller gemessen. Dabei haben Sie folgende Daten in MBits erhalten

```
wohnzimmer<-c(14.7,14.4,13.2,13.6,13.9,13.9,13.2,14.3,13.7,14.7)
keller<-c(13.1,13.8,14.1,13.5,13,12.8,14.3,13.2,13,12.9)
```

Nachdem Sie die Daten mit

```
t.test(wohnzimmer,keller,var.equal = TRUE,paired=FALSE,
       alternative="greater")
```

ausgewertet haben, erhalten Sie folgende Ausgabe:

Two Sample t-Test

```
data: wohnzimmer and keller
t = 2.4347, df = 18, p-value = 0.01277
alternative hypothesis: true difference in means is greater than 0
95 percent confidence interval:
 0.1697901      Inf
sample estimates:
mean of x mean of y
 13.96      13.37
```

Beantworten Sie die folgenden Fragen mithilfe der Ausgabe:

Was war die Nullhypothese? Welchen Wert besitzt die t-Statistik? Wie groß ist der p-Wert? Kann die Nullhypothese zum Signifikanzniveau von 3.5% abgelehnt werden?

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Sie haben das Betriebssystem ihres Computers aktualisiert. Weil Sie die Vermutung hatten, dass sich dadurch die Leistung ihres Rechners **verändern würde**, haben Sie die Laufzeit in Sekunden von zehn verschiedenen Programmen einmal vor der Aktualisierung und einmal nach der Aktualisierung gemessen mit folgendem Ergebnis:

Programm	# 1	# 2	# 3	# 4	# 5
vorher	34	29	32	27	28
nacher	32	34	36	27	28

Welche Nullhypothese stellen Sie auf (Überlegen Sie sich, was sie zeigen wollen und was sie daher widerlegen müssen)? Welchen Test verwenden Sie (einseitig oder zweiseitig, Einstichprobentest oder Zweistichprobentest, gepaart oder ungepaart) und warum? Wieviele Freiheitsgrade gibt es? Welchen Wert besitzt Ihre Teststatistik (möglichst viele Zwischenschritte aufschreiben)? Welchen p-Wert erhalten Sie (verwenden Sie `qt`)? Können Sie Ihre Nullhypothese zum Niveau $\alpha = 0.05$ verwerfen?

Hinweis: Nehmen Sie an, dass die Varianz in beiden Testreihen identisch ist. Den p-Wert können sie mithilfe der Funktion `qt` berechnen.

Achtung: Zusätzlich zur elektronischen Abgabe per Mail, drucken Sie bitte Ihren Code aus und reichen Sie diesen zusammen mit Ihrer restlichen Abgabe ein.

Abgabe: 10 Uhr 07.07.2017