Statistik für Informatiker **SS 2017**

Prof. Dr. Matthias Birkner
M.Sc. Frederik Klement

Blatt 2

Aufgabe 1: (8 Punkte)
Sie ziehen 10 Karten ohne Zurücklegen aus einem Skat-Spiel. Ihre Ziehung sei durch den Zufallsvektor $X := (X_1, ..., X_{10})$ repräsentiert, wobei X_i für die i-te Ziehung steht. Der Wertebereich von X_i ist gegeben durch

$$S := \{\clubsuit, \spadesuit, \heartsuit, \diamondsuit\} \times \{7, 8, 9, 10, \mathrm{J}, \mathrm{Q}, \mathrm{K}, \mathrm{A}\},$$

und da wir nicht zurücklegen, ist der Wertebereich von X gegeben durch

$$\bar{S} = \{(x_1, ..., x_{10}) \in S^{10}; x_i \neq x_j \text{ für } i \neq j\}.$$

Da der Kartenstapel gut durchmischt ist, nehmen wir an, dass X gleichverteilt auf $\bar{S}$ ist.

a): Wieviele Elemente besitzt $\bar{S}$?

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:

b): Ihre Hand entspricht der Menge $\{k_1, ..., k_{10}\}$, wobei $k_1, ..., k_{10} \in S$ feste unterschiedliche Karten sind.

c): $X_5 = (\diamondsuit, 8)$.

d): Sie ziehen die Karte $(\heartsuit, \mathrm{J})$.

e): $X \in \{(x_1, ..., x_{10}) \in \bar{S}; \forall i : x_i \notin \{k_1, ..., k_{18}\}\}$, wobei $k_1, ..., k_{18}$ feste unterschiedliche Karten sind.

f): Sie ziehen $(\spadesuit, 10)$ und $(\clubsuit, \mathrm{K})$, wobei Sie $(\spadesuit, 10)$ vor $(\clubsuit, \mathrm{K})$ ziehen.

g): Sie ziehen genau 2 Asse.

h): Sie ziehen genau 6 Karten der Farbe $\heartsuit$ und 3 Asse.

Geben Sie Ihr Ergebnis als kombinatorischen Ausdruck an.
Hinweis: $P[5 \text{ richtige im Lotto}] = \binom{6}{5}\binom{43}{1}/\binom{49}{6}$(<-Komb.Ausdruck).

Aufgabe 2: (2 + 1 + 1 Punkte)
Betrachten Sie den 2-dim. Zufallsvektor $X := (X_1, X_2)$ mit Werten in $\{1, 2, 3, 4\}^2$. Für die Verteilung von X betrachten wir zwei mögliche Wahrscheinlichkeitsverteilungen P und Q, für welche sich die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse der Form $\{X_1 = i, X_2 = j\}$ aus den folgenden zwei Tabellen entnehmen lassen:

P	$j=1$	$j=2$	$j=3$
$i=1$	$\frac{9}{50}$	$\frac{8}{50}$	$\frac{8}{50}$
$i=2$	$\frac{1}{50}$	$\frac{6}{50}$	$\frac{2}{50}$
$i=3$	$\frac{5}{50}$	$\frac{3}{50}$	$\frac{8}{50}$

Q	$j=1$	$j=2$	$j=3$
$i=1$	$\frac{15}{54}$	$\frac{6}{54}$	$\frac{6}{54}$
$i=2$	$\frac{10}{54}$	$\frac{4}{54}$	$\frac{4}{54}$
$i=3$	$\frac{5}{54}$	$\frac{2}{54}$	$\frac{2}{54}$

Seien $S := X_1 + X_2$ und $M := X_2/X_1$. Bestimmen Sie für P und Q:

a): Die Verteilungen von X_1 und X_2.

b): Die Wahrscheinlichkeit von $\{S \text{ ist gerade}\}$.

c): Die Wahrscheinlichkeit von $\{M < 1\}$.

Aufgabe 3: (1 + 1 + 1 + 1 Punkte)
Bei einem Glücksspiel setzen Sie in jeder Runde einen von Ihnen gewählten Betrag auf Rot oder Schwarz. Sie verlieren Ihren Einsatz mit einer Wahrscheinlichkeit von $p \in (0,1)$ und erhalten mit einer Wahrscheinlichkeit von $1-p$ den doppelten Einsatz zurück. Sie starten das Spiel mit einem Startkapital K_0 und brechen das Spiel ab, wenn Sie das Vermögen K erreicht haben oder bankrott gegangen sind.

Es bezeichnen K_n Ihr Vermögen nach Spielrunde n und X_n Ihren Einsatz in der n-ten Spielrunde. Betrachten Sie folgende Strategien:

a): $X_n = \mathbf{1}_{\{0<K_{n-1}<K\}}$,

b): $X_n = K_{n-1}$,

c): $X_n = \lceil \frac{K_{n-1}}{2} \rceil$,

d): $X_n = \lceil \frac{K-K_{n-1}}{K} K_{n-1} \rceil$.

Das Symbol $\lceil\ \rceil$ steht für Aufrunden (`ceiling`). Simulieren Sie jeweils die vier Spielstrategien mit Hilfe von R und 1000 mal für die Werte $K_0 = 50$ und $K = 100$ bzw. $K = 200$ und zwar für die Wahrscheinlichkeiten $p_1 = 18/37$ (die Wahrscheinlichkeit beim Roulette, dass Schwarz gewinnt), $p_2 = 0.5$ und $p_3 = 0.75$. Geben Sie die relativen Häufigkeiten der gewonnenen Spiele aus. Erstellen Sie mithilfe von `print` und `paste0` für jede Wahrscheinlichkeit p_i eine Ausgabe der folgenden Form:

`Ergebnis:`
`p=`p_i
`Strategie 1:` h_1
`Strategie 2:` h_2
`Strategie 3:` h_3
`Strategie 4:` h_4

Hierbei stehen $h_1, ..., h_4$ für die relativen Häufigkeiten der gewonnenen Spiele mit Strategie i.

Abgabe: 10 Uhr 12.05.2017