

---

15. Übung zur Vorlesung  
**„Einführung in die Stochastik“**  
im Wintersemester 2017/2018

---

Dieses Blatt soll Sie dabei unterstützen, den letzten Teil der Vorlesung zu einzuüben. Es erfolgt keine Abgabe der Aufgaben.

**Aufgabe 1:** Um zu testen, ob eine Münze unverfälscht ist, wird sie  $n$ -mal geworfen, und  $K$ , die Anzahl der gefallenen „Z“, beobachtet.

- a) Man formuliere das Testproblem. Ist es einseitig oder zweiseitig?
- b) Man stelle den zugehörigen Binomialtest auf und gebe Formeln für das Niveau, die Gütefunktion und den p-Wert an. Man skizziere die Gütefunktion.
- c) Angenommen, es ist  $n = 20$  und  $k = 3$  (Anzahl der beobachteten „Z“). Kann dann die Nullhypothese  $H_0$ : „Die Münze ist unverfälscht“ auf dem Signifikanzniveau  $\alpha = 0.05$  angenommen werden? Man berechne den p-Wert.

**Aufgabe 2:** John Graunt hat 1662 in einer Publikation geschrieben, dass in den Jahren 1628-1662 (ausschließlich) in London 204 936 Männer und 190 474 Frauen beerdigt wurden. Daraus hat er geschlossen, dass in London mehr Männer als Frauen leben. Kann man dem zustimmen oder nicht?

Zur Begründung: Man formuliere das zugehörige Testproblem (einseitig oder zweiseitig?) und berechne den p-Wert.

**Aufgabe 3:** Eine Arzneimittelfirma hat ein neues Schlankheitsmittel entwickelt. Vor der Einführung soll dessen Wirksamkeit noch einmal überprüft werden. 16 Personen nehmen dazu dieses Mittel einen Monat lang ein und messen ihren Gewichtsverlust in diesem Zeitraum. Dabei ergeben sich folgende Werte (in kg, neg. Vorzeichen bedeutet Zunahme an Gewicht):

6.5, 3.5, -0.5, 2.5, 1.5, 1.0, -0.5, 0,  
3.0, 0.5, 2.0, 1.5, 1.0, 3.0, 6.0, 2.0

Es wird angenommen, dass der monatliche Gewichtsverlust durch eine Zufallsvariable  $X$  mit  $X \sim \mathcal{N}_{\theta,4}$  beschrieben werden kann, wobei  $\theta = 0$  Unwirksamkeit und  $\theta > 0$  Wirksamkeit des Mittels bedeutet. Man überlege sich, dass die Nullhypothese  $H_0$ : „ $\theta = 0$ “ für große Werte von  $X$  zu verwerfen ist und konstruiere demgemäß einen Test für  $H_0$  mit dem Signifikanzniveau  $\alpha = 0.05$ . Man bestimme die Gütefunktion dieses Tests und skizziere sie. Man ermittle den zu den gegebenen Daten gehörenden p-Wert und überlege sich, ob die vorliegenden Daten die Einführung des Mittels rechtfertigen.

**Aufgabe 4:** Bei der Durchführung eines Experimentes mit  $b_{25,p}$ -verteilttem Ausgang, wobei der Erfolgsparameter  $p$  unbekannt ist, werden  $x = 9$  Erfolge beobachtet. Konstruieren Sie einen Test auf dem Niveau  $\alpha = 5\%$  der Hypothese  $H_0 : p = \frac{1}{3}$  gegen die Alternative  $H_1 : p \in \{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\}$ . Skizzieren Sie die Gütefunktion des Tests. Wie sieht der Fehler 2. Art aus? Was ändert sich, falls gegen die Alternative  $\tilde{H}_1 : p > \frac{2}{3}$  getestet wird?

**Abgabe:** keine Abgabe.