

## Blatt 1

---

Herzlich Willkommen zum Stochastik-Praktikum!

**Abgabe der Aufgaben bitte in festen Zweiergruppen. Tragen Sie sich bitte im Reader gemeinsam in dieselbe Praktikumsübungsgruppe ein.**

**Aufgabe 1** [ 1 + 2 Punkte]

Bei dem Studium der Konvergenz von Fourierreihen spielt der *Dirichletkern* eine fundamentale Rolle, also die Funktionenfolge

$$D_n(x) := \sum_{k=-n}^{k=n} e^{ikx} = \frac{\sin\left(\left(n + \frac{1}{2}\right)x\right)}{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}$$

mit  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  und der entsprechenden stetigen Fortsetzung in  $x = 0$ . Erstellen Sie mit Hilfe von R geeignete Plots, die das Verhalten der Funktionen  $D_n$  graphisch veranschaulichen.

- Schreiben Sie in R eine Funktion  $DK(n, x)$ , welche den Rückgabewert  $D_n(x)$  besitzt.
- Zeichnen Sie die Graphen von  $D_n$  in ein Koordinatensystem für die Werte  $n = 1, 2, 4, 8$ . Wählen Sie dazu als Ausschnitt der  $x$ -Achse das Intervall  $[-10, 10]$  und einen dazu passenden Ausschnitt der  $y$ -Achse. Achten Sie darauf, die Funktion auf einem Gitter auszuwerten, das nicht zu grob ist. Verwenden Sie für jede der vier Kurven eine unterschiedliche Farbe. Versehen Sie zudem den Graphen mit einer geeigneten Legende sowie einer passenden Beschriftung von  $x$ - und  $y$ -Achse.

**Hinweis:** Im Kapitel 16 „*Approximation periodischer Funktionen. Fourierreihen*“ des Buches „*Analysis 1*“ von Konrad Königsberger können Sie mehr über den Dirichletkern erfahren. Auf Seite 322 können Sie auch einen Beweis der obigen Identität finden.

**Aufgabe 2** [ 1 + 1 + 3 Punkte]

Wir wollen durch Simulation eines fairen Würfels das Phänomen Zufall untersuchen.

- Erzeugen Sie 1000 Würfe eines fairen Würfels mithilfe des Befehls `sample` und speichern Sie die gewürfelten Augenzahlen in einen Vektor  $x$ . Die Würfe sollen durch nur einen Aufruf von `sample` und ohne for-Schleife erzeugt werden. Finden Sie mit Hilfe von `help(sample)` oder `?sample` heraus, wie Sie die Parameter von `sample` setzen müssen, um das gewünschte Ergebnis zu erhalten.

- b) Erstellen Sie einen Plot, auf dessen  $x$ -Achse die Nummer des Wurfes und auf dessen  $y$ -Achse die entsprechende Augenzahl eingetragen sind. Achten Sie auf eine passende Beschriftung.
- c) Erstellen Sie für jede Augenzahl  $k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  einen Graphen der relativen Häufigkeiten. Erstellen Sie hierfür jedes  $k$  zuerst einen Vektor  $h^k \in \mathbb{R}^{1000}$ , wobei der  $m$ -te Eintrag von  $h^k$  der relativen Häufigkeit von  $k$  bis zum  $m$ -ten Wurf entspricht, also

$$h_m^k := \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{1}_{\{W_i=k\}},$$

hierbei steht  $W_i$  für das Ergebnis des  $i$ -ten Wurfes. Berechnen Sie  $h^k$  ohne for-Schleife, verwenden Sie hierfür `cumsum` und teilen Sie durch den Vektor `1:1000`. Erstellen Sie für jedes  $k$  einen Plot, auf dessen  $x$ -Achse die Nummer des Wurfes und auf dessen  $y$ -Achse der entsprechende Wert von  $h^k$  eingetragen ist. Achten Sie auf eine passende Beschriftung und setzen Sie `ylim=c(-0.1, 1)`. Alle sechs Graphen sollen zudem auf eine Seite gezeichnet werden, verwenden Sie hierfür `par(mfrow=c(3,2))`.

**Abgabe bis Freitag, den 26.10., 10 Uhr:** Bitte in **Zweiergruppen** per E-Mail an

Praktikumsgruppe 1	fklement@uni-mainz.de
Praktikumsgruppe 2	cehummel@students.uni-mainz.de

Folgende Kriterien müssen erfüllt werden:

- Es soll nur eine Datei abgegeben werden mit dem Namen **Name1Name2BlattX.R**. Diese Datei soll alle geforderten Plots erstellen und jeweils in einem Fenster anzeigen, nicht jedoch als Datei abspeichern.
- Der Betreff der Mail muss lauten: **Name1Name2BlattX**
- Bei der ersten Abgabe, geben Sie bitte Ihre Matrikelnummer an.
- Der Code muss genügend kommentiert sein und jede Teilaufgabe soll eine eigene Überschrift besitzen.
- Nur lauffähiger Code wird bewertet.