**Stochastik-Praktikum** **WS 2018/19**

Prof. Dr. Reinhard Höpfner
M.Sc. Frederik Klement

# Blatt 10

---

**Aufgabe 1** [ 4 Punkte ]

a) Schreiben Sie eine Funktion mit den Parametern $\Delta$ und $r$, die eine zweidimensionalen Brownsche Bewegung $B = (B_1, B_2)$ mit Schrittweite $\Delta$ bis zum erstmaligen Verlassen des Kreises um den Ursprung mit Radius $r$ simuliert. Vergleichen Sie dazu Übungsblatt 3. Sie können den Pfad der Einfachheit halber als Vektor komplexer Zahlen anstatt als Matrix mit zwei Spalten ausgeben. Komplexe Zahlen implementieren Sie in der Form `z = a + b * 1i`. Sie können dann Befehle wie `Re()`, `Im()` und `Arg()` nutzen.

b) Seien $r = 2$ und $\Delta = 10^{-4}$. Plotten Sie ein Achsenkreuz, in das Sie den Kreis um den Ursprung mit Radius $r$ und einen zweidimensionalen Brown'schen Pfad bis zum Verlassen des Kreises einzeichnen. Heben Sie den Austrittsort graphisch hervor.

c) Simulieren Sie 300 Brown'sche Pfade wie in a) und speichern Sie jeweils den Austrittsort. Plotten Sie erneut ein Achsenkreuz mit einen Kreis wie in b) und zeichnen Sie die Austrittsorte Ihrer 300 Pfade ein.

**Aufgabe 2** [ 4 Punkte ]

a) Schreiben Sie eine Funktion mit den Parametern $\Delta, \epsilon$ und $T$, die eine eindimensionale Brownsche Bewegung $B$ mit Schrittweite $\Delta$ bis zur Austrittszeit $\tau := \inf\{s > 0 : B_s > \epsilon\}$, d.h. bis zum ersten Mal der Wert $\epsilon$ überschritten wird, simuliert. Sollte bis zum Zeitpunkt $T$ die Austrittszeit $\tau$ nicht eingetreten sein, so brechen Sie ab und setzen Sie $\tau = T + 10$.

b) Seien $\Delta = 10^{-3}, \epsilon = 1$ und $T = 50$. Simulieren Sie mit a) drei Pfade der Brownschen Bewegung bis zum Zeitpunkt $\min\{T, \tau\}$ und plotten Sie die Pfade in verschiedene Farben in ein Fenster.

c) Seien $\Delta, \epsilon$ und $T$ wie oben. Simulieren Sie 300 Pfade mit ihrer Funktion aus a) bis zum Zeitpunkt $\min\{T, \tau\}$, erstellen Sie ein Histogramm für die Werte von $\tau$ mit der Konvention $\tau = T + 10$ auf dem Ereignis $\{\tau > T\}$.

d) Ergänzen Sie das Histogramms auf dem Bereich $[0, T]$ um die Dichte: $t \mapsto \frac{t^{-\frac{3}{2}}}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2t}},\ t > 0$ (diese ist Ihnen schon in Aufgabe 2 des vierten Blattes begegnet). Verschicken Sie das Bild als Teil Ihrer Abgabe. Zum Speichern benutzen Sie erst den Befehl `png("Histrogramm")`, dann plotten Sie und danach benutzen Sie `dev.off()`.

**Abgabe bis Freitag, den 11.01.19, 10 Uhr**