

Blatt 11

Wir erinnern uns an die Definition eines Poisson Prozesses $N_\lambda = (N_\lambda(t))_{t \geq 0}$ von Blatt 5 für ein $\lambda > 0$. Wie auf Blatt 5 schreiben wir T_1, T_2, \dots für die Sprungzeiten von N_λ .

Aufgabe 1 [1 + 2 + 5 Punkte]

- a) Sei $N = 7$ und $\lambda = 3$. Simulieren Sie 1000 Mal den Poisson Prozess N_λ bis zum N -ten Sprung.
- b) Basierend auf ihren Simulationen zeichnen Sie ein Histogramm der relativen Häufigkeiten der N -ten Sprungzeit. Überlegen Sie sich, für welches Parameterpaar (a, b) , $a > 0$ und $b > 0$, die Gammaverteilung $\Gamma(a, b)$ der Verteilung von T_N entspricht und ergänzen Sie ihr Histogramm um die passende Dichte.
- c) Basierend auf ihren Simulationen zeichnen Sie jeweils ein Histogramm der relativen Häufigkeiten von T_i/T_N für $1 \leq i \leq N - 1$. Überlegen Sie sich, für welche Parameterpaare (a_i, b_i) , $a_i > 0$ und $b_i > 0$, die Betaverteilungen $\beta(a_i, b_i)$ den Verteilungen der T_i/T_N entsprechen. Ergänzen Sie das jeweilige Histogramm um die passenden Dichten. Zeichnen Sie alle sechs Histogramme in eine Graphik.

Hinweis: Sie können die Dichten mit den R-Funktionen `dgamma` und `dbeta` zeichnen.

Abgabe bis Freitag, den 18.01.19, 10 Uhr