

Blatt 12

Sei $B := (B_1, \dots, B_d)$ eine d -dimensionale Brownsche Bewegung. Der squared Besselprozess $Z^{(d)}$ der Ordnung d ist gegeben durch

$$Z^{(d)}(t) := \sum_{j=1}^d B_j^2(t), \quad t \geq 0.$$

Aufgabe 1 [2 + 1 + 1 + 4 Punkte]

- a) Schreiben Sie eine Funktion, die für die Parameter $d \in \mathbb{N}$ und $T_{\max} > 0$ einen Pfad des squared Besselprozesses der Ordnung d bis zum Zeitpunkt T_{\max} simuliert. Wählen Sie hierfür ein Zeitgitter, welches nicht so grob aber auch nicht so fein ist.
- b) Sei $T_{\max} = 20$. Simulieren Sie einen Pfad von $Z^{(d)}$ für $d \in \{1, 2, 3, 5\}$ bis T_{\max} .
- c) Erstellen Sie jeweils für ihre simulierten Pfade von $Z^{(1)}, Z^{(2)}, Z^{(3)}$ und $Z^{(5)}$ einen Plot. Zeichnen Sie die vier Plots in eine Graphik.
- d) Wiederholen Sie 300 mal den Aufgabenteil b) und erstellen Sie ein Histogramm der Werte von $Z^{(1)}(t_i), Z^{(2)}(t_i), Z^{(3)}(t_i)$ und $Z^{(5)}(t_i)$ für die Zeitpunkte $t_1 = 5$ und $t_2 = 10$. Überlegen Sie sich anhand Ihres Wissens aus der Vorlesung die passenden Verteilungen und zeichnen Sie die Dichte jeweils in das entsprechende Histogramm.

Abgabe bis Freitag, den 25.01.19, 10 Uhr