

Blatt 2

Aufgabe 1 (4+4 = 8 Punkte)

Computer verfügen im Regelfall um keinen Hardware-Zufallszahlengenerator sondern müssen sich mit sogenannten *Pseudozufallszahlen* begnügen. Im Buch *The Art of Computer Programming: Seminumerical algorithms (Second Volume)* (siehe UB) von Donald Knuth, dessen erste Edition 1969 erschien, finden Sie in Kapitel 3 eine Übersicht über Methoden zur Generierung von Pseudozufallszahlen. Wir wollen uns in dieser Aufgabe mit der *Linear Congruential Method* zur Generierung von Pseudozufallszahlen beschäftigen.

- a) Nutzen Sie (2) in Abschnitt 3.2.1 im Knuth zur Generierung von 1.000 *Pseudozufallszahlen* für zwei Sets von *four magic numbers* (siehe (1) in Abschnitt 3.2.1) Ihrer Wahl. Erstellen Sie für beide Sets an 1.000 Pseudozufallszahlen ein Histogramm.
- b) Fixieren Sie nun drei der *four magic numbers*, nämlich m, a, c , und wählen Sie zwei verschiedene Startwerte $X_0^{(1)}$ und $X_0^{(2)}$. Generieren Sie mit beiden Startwerten jeweils eine Folge von 1.000 Zufallszahlen, $X_1^{(1)}, \dots, X_{1000}^{(1)}, X_1^{(2)}, \dots, X_{1000}^{(2)}$ und stellen Sie mittels `plot` die 1.000 Punkte $(X_i^{(1)}, X_i^{(2)})_{i=1, \dots, 1000}$ graphisch dar. Wirken diese Punkte auf Sie wie *zufällige* Zahlen?

Aufgabe 2 (4+4 = 8 Punkte)

Eine der historisch ersten Figuren nichtganzzahliger Dimension, das Sierpinski-Dreieck (1915), lässt sich stochastisch folgendermaßen erzeugen: Man nehme ein gleichseitiges Dreieck und einen beliebigen Punkt P_0 innerhalb diesem. Gegeben P_i wähle man eine Ecke des Dreiecks uniform aus den drei Ecken aus und wähle als neuen Punkt P_{i+1} den Mittelpunkt der Strecke zwischen P_i und der ausgewählten Ecke.

- a) Führen Sie das oben beschriebene kleine Zufallsexperiment mit R durch (an Mathematik benötigen Sie nur einfache Geometrie aus der Schule), generieren Sie so für einen zufällig (Sie entscheiden wie!) ausgewählten Startpunkt P_0 die zufällige Folge an Punkten P_1, \dots, P_{10^5} . Plotten Sie das Dreieck mit den $10^5 + 1$ vielen Punkten.
- b) Das Sierpinski-Dreieck lässt sich auch mit einer deterministischen Vorschrift generieren: Man nehme wieder ein gleichseitiges Dreieck. Jetzt schneide man aus diesem das *media-ne Dreieck*, das die Mittelpunkt der Seiten als Ecken hat, heraus. Rekursiv verfähre man so mit allen entstehenden Dreiecken. Implementieren Sie diese Rekursion und plotten Sie das entstehende geometrische Objekt nach einer Ihnen sinnvoll erscheinenden Anzahl von Rekursionsschritten (Experimentieren Sie ein wenig vorsichtig mit der Anzahl an Rekursionsschritten, je nach Art Ihrer Implementierung wird das sehr schnell sehr langsam.).