Stochastik-Praktikum **WS 2023-2024**
Prof. Dr. Matthias Birkner
Jan Lukas Igelbrink

Blatt 3

Aufgabe 1 (6 Punkte)
Bei der Pokervariante Texas Hold'em erhält jeder Spieler in der ersten Runde aus einem Stapel von 52 Karten zunächst zwei Karten, danach werden innerhalb von drei weiteren Runden zuerst drei Karten und danach jeweils eine Karte offen in die Mitte gelegt, sodass am Ende dort fünf Karten liegen. Es gewinnt der Spieler, welcher aus diesen fünf und seinen zwei eigenen Karten die Kartenkombination mit dem höchsten Wert legen kann. Die 52 Karten setzen sich folgendermaßen zusammen: Es gibt die folgenden Kartenwerte 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, Bube, Königin, König und Ass, wobei es jeden Wert genau einmal in jeder der Farben $\clubsuit$, $\spadesuit$, $\heartsuit$ und $\diamondsuit$ gibt. Eine nicht so häufige Kombination ist das „Tripel", es besteht aus drei Karten mit demselben Kartenwert, wie z.B. $(\heartsuit, 10)$, $(\clubsuit, 10)$ und $(\spadesuit, 10)$. Schätzen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter den sieben vom Stapel gezogenen Karten mindestens ein „Tripel" befindet. Simulieren Sie dazu 10^5 Ziehungen von sieben Karten und zählen Sie, wie häufig mindestens ein „Tripel" gezogen worden ist. Wenn Sie Lust haben, können Sie auch nach anderen Mustern wie bspw. einer Straße (fünf Karten in aufsteigender Reihenfolge, wobei das Ass sowohl als größte oder auch als kleinste Karte gewertet werden darf) suchen.

Aufgabe 2 [Poisson-Approximation] (3+3+3=9 Punkte)
Für n groß und p klein gilt für $X \sim \mathrm{Binom}\,(n,p)$ und $Y \sim \mathrm{Pois}\,(np)$ die Approximation

$$\mathbf{P}\,(X = k) \approx \mathbf{P}\,(Y = k)\,. \tag{1}$$

a) Verdeutlichen Sie diese Approximation graphisch, indem Sie die Gewichte der $\mathrm{Binom}\left(160, \frac{1}{20}\right)$ und der passenden Poisson-Verteilung in einem gemeinsamen Plot darstellen.

b) Zeichnen Sie für $p = 0.01, 0.05, 0.1$ und $k(n,p) := np$ die Funktionen

$$f_p(n) := \left|\mathbf{P}\,(X = k(n,p)) - \mathbf{P}\,(Y = k(n,p))\right| \tag{2}$$

in einen gemeinsamen Plot, wobei die x-Achse von $n = 1$ bis $n = 100$ reichen soll.

c) In Kapitel 2 §10 des Buches *Das Gesetz der kleinen Zahlen* von Ladislaus von Bortkiewicz aus dem Jahre 1898 (siehe bspw. `https://archive.org/details/dasgesetzderkle01bortgoog/page/n34/mode/2up`) finden Sie einen Datensatz zu den tödlichen Unfällen von elf Berufsgenossenschaften. Geben Sie diesen in `R` ein und vergleichen Sie die beobachteten Häufigkeiten mit einer passenden Poisson-Approximation. Veranschaulichen Sie die Güte dieser Approximation.

Aufgabe 3 (3 Punkte)
Machen Sie sich beispielsweise mithilfe des Artikels `https://www.raco.cat/index.php/Questiio/article/download/27030/200222` mit der Cauchy-Verteilung vertraut und schreiben Sie eine Funktion `samplecauchy`, welche als Argument eine Anzahl n annimmt, und n Samples aus der Cauchy-Verteilung zurückgibt. Testen Sie die Funktion für $n = 10^7$ und stellen Sie die Ausgabe mittels `hist` dar.